GARA NAZIONALE DI MECCANICA 2011

FOSSANO, 26 MAGGIO 2011

SOLUZIONE PRIMA PROVA

La risoluzione del tema è condotta con l'ausilio del Manuale di Meccanica - Autori Caligaris Fava Tomasello - Editore HOEPLI Milano.

PRIMA PARTE – MACCHINA MOTRICE IDRAULICA

rapporto tra diametro girante e diametro getto:
$r = D / dg = 280 / 25 = 11{,}2$

numero di pale
$z = 15 + 0{,}5 * r = 15 + 0{,}5 * 11{,}2 = 20.6$ z effettivo = 19 pale

velocità angolare della girante
$n = 1000$ giri/min
$\omega = 2 * \pi * n / 60 = 2 * \pi * 1000 / 60 = 104{,}71$ rad/s

velocità periferica della girante sul diametro medio = velocità di trascinamento
$u = \omega * D/2 = 104{,}71*0{,}280/2 = 14{,}66$ m/s
per la conformazione della pala vale l'uguaglianza: $u = u_1 = u_2$

velocità assoluta del getto in ingresso alla pala
il coefficiente di velocità periferica $k = u_1 / c_1$ presenta valori ottimali compresi tra 0,42 e 0,48;
assunto $k = 0{,}45$ [R_34] si ha:
$c_1 = u_1 / k = 14{,}66 / 0{,}45 = 32{,}57$ m/s

velocità relativa del getto in ingresso alla pala (dal triangolo delle velocità in ingresso alla pala)
$w_1 = c_1 – u_1 = 32{,}57 – 14{,}66 = 17{,}92$ m/s

altezza utile (o salto utile)
essendo $c_1 = \varphi * radQ(2g*Hu)$
ed assunto $\varphi = 0{,}98$ coefficiente riduttivo della velocità assoluta in ingresso [R_33] (2% ÷5%)
si ha:
$Hu = c_1^2 / (\varphi^2 * 2g) = 32{,}57^2 / 0{,}98^2 / 2 / 9{,}81 = 56{,}32$ m

portata volumetrica
essendo la sezione contratta del getto pari a:
$A = \pi * dg^2 / 4 = \pi * 0{,}025^2 / 4 = 0{,}000491$ m^2
si ha:
$Qv = A * c_1 = 0{,}000491 * 32{,}57 = 0{,}01598$ m^3/s = 959 litri/min

velocità acqua in condotta
essendo la sezione interna della condotta pari a

$A = \pi * Dc^2 / 4 = \pi * 0{,}072^2 / 4 = 0{,}004071\ m^2$
si ha:
$Vc = Qv / A = 0{,}01598 / 0{,}004071 = 3{,}925\ m/s$

potenza utile erogata dalla turbina

assunto il rendimento totale della turbina $\eta_t = 0{,}85$ [R_30] con i valori acquisiti si ricava:
$Pu = \eta_t * \rho * g * Qv * Hu = 0{,}85*1000*9{,}81*0{,}01598 *56{,}32 = 7504\ W = 7{,}5\ kW$

numero di giri caratteristico

$n_c = n * radQ(Pu) / Hu^{(5/4)} = 1000*radQ(7{,}5) / 56{,}32^{(5/4)} = 17{,}75$ giri/min
da tabella [R_30] si deduce che si tratta di una turbina Pelton per la quale n_c risulta compreso tra 5 e 70 giri/min, (per inciso $n_c < 25$ per turbine Pelton a getto unico)

momento torcente in asse alla girante

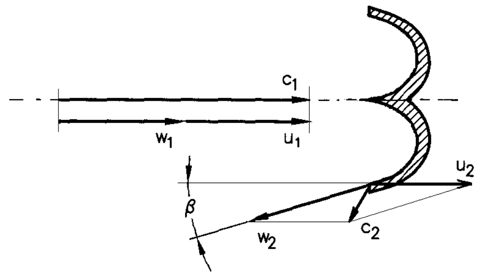
$Mt = Pu / \omega = 7504 / 104{,}71 = 71{,}665\ Nm = 71665\ Nmm$

spinta sulla pala

forza tangenziale sul diametro medio della girante, calcolata in base alla potenza meccanica utile disponibile sull'albero della turbina:
$S^I = 2*Mt / D = 2 * 71665/ 280 = 512\ N$

velocità relativa in uscita alla pala

assunto $\psi = 0{,}96$ perdita di velocità per attrito acqua-pala (dato assegnato)
$w_2 = \psi * w_1 = 0{,}96*17{,}92 = 17{,}20\ m/s$



velocità assoluta in uscita alla pala

applicando il teorema di Carnot al triangolo delle velocità in uscita dalla pala si ricava:
$c_2 = radQ(u_2^2 + w_2^2 – 2*u_2*w_2*\cos\beta) = radQ(14{,}66^2+17{,}20^2–2*14{,}66 *17{,}20*\cos12°) = 4{,}18\ m/s$

applicando, come da Manuale Hoepli [R_34], il secondo aforisma idraulico che prevede la minima velocità assoluta in uscita, ossia la perpendicolarità tra i vettori u_2 e c_2 si ricava:

$c_2 = u_2 * \tan\beta = 14{,}66 * \tan 12° = 3{,}12\ m/s$
e di conseguenza:
$w_2 = radQ(u_2^2 + c_2^2) = radQ(14{,}66^2+3{,}12^2) = 14{,}99\ m/s$

spinta sulla pala

forza tangenziale sul diametro medio della girante, calcolata in base alla potenza idraulica, applicando il teorema della conservazione della quantità di moto:
$S^{II} = \rho * Qv * (w_1 + w_2*\cos\beta) = 1000*0{,}01598 *(17{,}92 +17{,}20 * \cos12°) = 555\ N$
(utilizzando i risultati del Manuale Hoepli):
$S^{II} = \rho * Qv * (w_1 + w_2*\cos\beta) = 1000*0{,}01598 *(17{,}92 +14{,}99 * \cos12°) = 520\ N$

il confronto tra $S^I = 512$ N e $S^{II} = 555$ *(520)* N evidenzia il rendimento idraulico interno alla macchina:

$\eta_i = Pu / Pi = S^I / S^{II} = 512 / 555$ *(520)* $= 0{,}92$ *(0,98)*

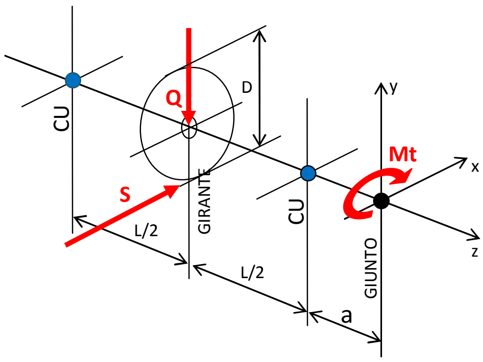
SECONDA PARTE – VERIFICHE DI RESISTENZA ALBERO GIRANTE

Si fa riferimento allo schema statico dell'albero della girante di figura e si assumono i dati disponibili:

momento torcente Mt = 75 Nm

spinta del getto d'acqua sulla pala S = 550 N

peso proprio girante Q = 600 N



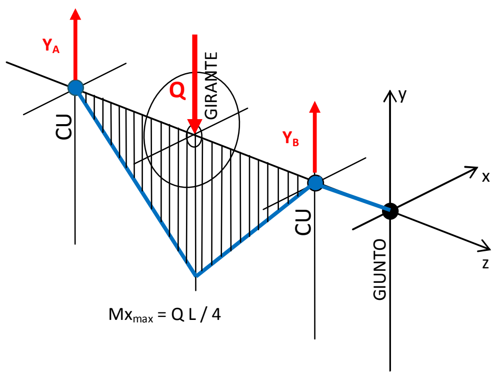
ANDAMENTO DIAGRAMMI DI SOLLECITAZIONE

<u>Momento flettente piano Y-Z</u>

reazioni vincolari sui cuscinetti:
$Y_A = Y_B = Q / 2 = 600 / 2 = 300$ N

in asse alla girante:
$Mx_{max} = Q\,L / 4 = 600 * 400 / 4 = 60000$ Nmm

Mx nullo sugli appoggi.

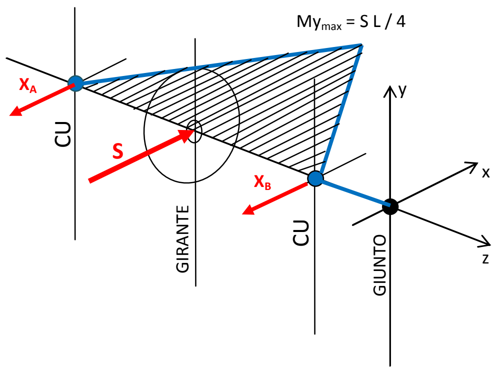


<u>Momento flettente piano X-Z</u>

reazioni vincolari sui cuscinetti:
$X_A = X_B = S / 2 = 550 / 2 = 275$ N

in asse alla girante:
$My_{max} = S\,L / 4 = 550 * 400 / 4 = 55000$ Nmm

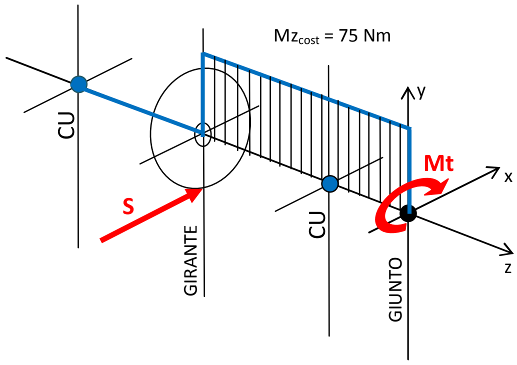
My nullo sugli appoggi.



Momento torcente piano Y-X

costante tra asse girante e asse giunto:
$Mz_{cost} = 75000$ Nmm

Mz nullo tra l'appoggio sinistro e la girante.



verifica diametro albero calcolato a torsione semplice in asse al giunto

d netto $= d - t_1 = 30 - 5 = 25$ mm
$Wt = \pi * d^3 / 16 = \pi * 25^3 / 16 = 3068$ mm^3
$\tau_{TOR} = Mt / Wt = 75000 / 3068 = 24$ N/mm^2
per un acciaio al carbonio tipo C30 E con Rm = 600 N/mm^2
si ha un grado di sicurezza a fatica pari a
g_R fatica = Rm / (τ_{TOR} * radQ(3)) = 600 / 24 / radQ(3) = 14,4 ampiamente soddisfacente

verifica diametro albero calcolato a flesso-torsione in asse alla girante

d netto $= d - t_1 = 40 - 5 = 35$ mm
$Wf = \pi * d^3 / 32 = \pi * 35^3 / 32 = 4209$ mm^3
Mx = Q * L / 4 = 600 * 400 / 4 = 60000 Nmm
My = S * L / 4 = 550 * 400 / 4 = 55000 Nmm
Mf = radQ($Mx^2 + My^2$) = radQ($60000^2 + 55000^2$) = 81384 Nmm
Mf_{ID} = radQ(Mf^2 + 3/4 Mt^2) = radQ(81384^2 + 3/4 * 75000^2) = 104133 Nmm
$\sigma_{ID} = Mf_{ID} / Wf = 104133 / 4209 = 24{,}74$ N/mm^2
per un acciaio al carbonio tipo C30 E con Rm = 600 N/mm^2
si ha un grado di sicurezza a fatica pari a
g_R fatica = Rm / σ_{ID} = 600 / 24,74 = 24 ampiamente soddisfacente

verifica a taglio della linguetta in asse alla girante

linguetta UNI 6604 tipo B – sezione 12x8 mm con profondità cava sull'albero t_1 = 5 mm [I_32]
assunta una lunghezza di 50 mm si ricava l'area della sezione resistente:
$A_1 = b * L = 12 * 50 = 600$ mm^2
τ_{MAX} = 3/2 * 2 *Mt / d /A_1 = 3/2 * 2 * 75000 / 40 / 600 = 9,37 N/mm^2
assunto come materiale, da tabella [I_32], un acciaio con Rm = 590 N/mm^2
il grado di sicurezza effettivo risulta:
g = Rm / (τ_{MAX} * radQ(3)) = 590 / (9,37 * radQ(3)) = 36 ampiamente soddisfatto
[I_31] (g compreso tra 2,5 e 4).

verifica perno portante a pressione specifica

Ry = Q / 2 = 600 / 2 = 300 N
Rx = S / 2 = 550 / 2 = 275 N
R = radQ($Rx^2 + Ry^2$) = radQ($300^2 + 275^2$) = 407 N
ps = R / (l*d) = 407 / 40 / 30 = 0,34 N/mm^2

valore compatibile per cuscinetti in ghisa [I_89] (0,2÷0,8)

verifica perno portante a surriscaldamento

$Vp = \omega * d/2 = 104,71*0,030/2 = 1,57$ m/s
$ps = 0,34$ N/mm^2
$ps * Vp = 0,34 * 1,57 = 0,53$ W/mm^2
valore compatibile per cuscinetti in ghisa [I_89] (0,5÷2,8)

verifica a taglio della linguetta in asse al giunto

linguetta UNI 6604 tipo B – sezione 10x8 mm con profondità cava sull'albero $t_1 = 5$ mm [I_32]
assunta una lunghezza di 40 mm si ricava l'area della sezione resistente:
$A_1 = b * L = 10 * 40 = 400$ mm^2
$\tau_{MAX} = 3/2 * 2 *Mt / d / A_1 = 3/2 * 2 * 75000 / 30 / 400 = 18,75$ N/mm^2
assunto come materiale da tabella [I_32] un acciaio con Rm = 590 N/mm^2
il grado di sicurezza effettivo risulta:
$g = Rm / (\tau_{MAX} * radQ(3)) = 590 / (18,75 * radQ(3)) = 18$ ampiamente soddisfatto
[I_31] (g compreso tra 2,5 e 4).

Si trascura in questa sede la verifica dell'albero a flessione e taglio nella sezione a filo interno cuscinetto, assegnata unicamente a scopo didattico e valutata in mancanza delle verifiche a pressione specifica ed a surriscaldamento.

TERZA PARTE – COLLEGAMENTO FILETTATO

massa della pala = 3 kg (dato disponibile)

forza centrifuga [H_29] alla velocità di regime, nell'ipotesi che la distanza radiale coincida con il raggio medio della girante:

$Fc = m^* \omega^2 * D / 2 = 3*104{,}71^2*0{,}280/2 = 4604$ N

nell'istante in cui la pala si trova nel punto più basso della sua rotazione, alla forza centrifuga si aggiunge la forza peso:

$Fp = m * g = 3 * 9{,}81 = 29$ N

forza complessiva

$F = Fc + Fp = 4633$ N (valore che si discosta poco dalla Fc)

forza assiale di trazione agente sul gambo di ogni bullone

$Fa = F / (n_b * z * f) = 4633 / 2 / 2 / 0{,}15 = 7723$ N

$n_b = 2$ numero di bulloni

z = 2 numero di superfici di attrito a contatto

f = 0,15 coefficiente di attrito tra i filetti della vite e della madrevite

per classe di resistenza delle viti [I_7] 8.8 con Rm = 800 N/mm^2 e $R_{eL} = 640$ N/mm^2 si ha

$\sigma_{am} = R_{eL} / gs = 640 / 2{,}5 = 256$ N/mm^2 con gs compreso tra 1,7 e 2,5 [I_10]

sezione resistente minima

$Ar = Fa / \sigma_{am} = 7723 / 256 = 30$ mm^2

[I_12] si assume un diametro di filettatura M8 passo grosso p = 1,25 mm con Ar = 36,6 mm^2

diametro medio di filettatura

$d_2 = d – 0{,}64952*p = 8 – 0{,}64952*1.5 = 7{,}025$ mm

angolo medio dell'elica

$\alpha = \tan^{-1} (p / \pi / d_2)$ = arcoTangente (1,5 / π / 7,025) = 3,888°

posto pari a 0,15 il coefficiente di attrito tra vite e madrevite ed essendo 60° l'angolo di filettatura metrica, si ricava l'angolo di attrito fittizio:

$\varphi = \tan^{-1} (f / \cos 60/2\ ) = 9{,}826°$

coppia C_1 in grado di generare la forza assiale Fa

$C_1 = Fa * \tan(\alpha+\varphi) * d_2/2 = 7723 * \tan(3{,}888+9{,}826)*7{,}025/2 = 6619$ Nmm

tensione normale di trazione

$\sigma_{TRA} = Fa / Ar = 7723 / 36{,}6 = 211$ N/mm^2

tensione tangenziale di torsione

$d_3 = d – 1{,}22687\ p = 8 – 1{,}22687*1{,}5 = 6{,}16$ mm diametro di nocciolo

$Wt = \pi*d_3^3/ 16 = \pi*6{,}16^3 / 16 = 45{,}88$ mm^3

$\tau_{TOR} = C_1 /Wt = 6619 / 45{,}88 = 144$ N/mm^2

tensione ideale secondo Von Mises

$\sigma_{id} = radQ(\sigma_{TRA}{}^2 + 3\ \tau_{TOR}{}^2) = radQ(211^2 + 3*144^2) = 327$ N/mm^2

grado di sicurezza effettivo

$gs = R_{eL} / \sigma_{id} = 640 / 327 = 1{,}96$

essendo gs compreso tra 1,7 e 2,5 i due bulloni M8 sono da ritenersi verificati.

coppia C_2 necessaria a vincere l'attrito tra dado e rosetta

assunto f = 0,15 ed il diametro medio di contatto tra dado e rosetta pari a:

$D_m = 1{,}5 * d = 1{,}5 * 8 = 12$ mm si ha:

$C_2 = Fa * f * D_m/2 = 7723*0{,}15*12/2 = 6951$ Nmm

coppia C di serraggio totale da applicare al dado mediante chiave dinamometrica

$C = C_1 + C_2 = 6619 + 6951 = 13570$ Nmm = 13,6 Nm